

УДК 621.875

Ловейкін В.С., д.т.н., Човнюк Ю.В., к.т.н., Мельніченко В.В.

## АНАЛІЗ КОЛИВАНЬ ВАНДЖУ НА ГНУЧКОМУ ПІДВІСІ ПРИ ПОВОРОТІ СТРІЛИ ВАНТАЖОПІДЙОМНОГО КРАНА

**Постановка проблеми.** Підйомно-транспортна техніка (ПТТ) створює матеріальну основу механізації й автоматизації багатьох виробничих процесів у промисловості, будівництві, сільському господарстві й на транспорті. Робота підйомно-транспортних машин (ПТМ) має суттєвий вплив на технологічний процес промислових й транспортних підприємств. Внаслідок специфічних умов функціонування ПТМ й, у першу чергу, великої питомої ваги перехідних процесів у загальній тривалості роботи механізмів, найбільший інтерес викликає проблема оптимального керування механізмами ПТМ.

Слід зазначити, що задачі оптимального керування ПТМ відрізняються своєю розмірністю, структурою й змістом критерію оптимальності, видом рівнянь зв'язку, які описують стан об'єкту, і обмеженнями, що накладають на керування ними. Для розв'язку задачі оптимального керування зазвичай використовують математичну модель процесів, якими намагаються керувати, разом з натурними випробуваннями, а також узагальнюють досвід експлуатації ПТМ.

Зрозуміло, що стан розвитку ПТТ вимагає подальшого вдосконалення математичних моделей технологічних процесів керування, продуктивності й точності позиціонування вантажу при повороті стріли вантажопідйомного крана. Існує нагальна необхідність розрахунку власних відносних коливань, які виникають при розгойдуванні вантажу впродовж переносного обертального руху стрілової системи крана. Крім того, розрахунки й динамічний аналіз у механічній системі «стріла-вантаж» вантажопідйомного крана дозволяють визначати динамічні навантаження на основні елементи несучої конструкції.

### **Аналіз публікацій по темі дослідження.**

Врахування впливу відцентрових сил інерції на характер коливань вантажу при повороті стріли крана здійснили автори [1]. У роботі [2] розроблена математична модель поворотного крана в імітаційному середовищі Sim Mechanics пакету Matlab, реалізоване оптимальне керування моделлю крана за допомогою модуля Matlab Optimization Toolbox. У дослідженні [3] розглянуті підходи до оптимального електромеханічного керування вильотом стріли крана. Заріцьким А.А. та ін.. у [4,5] наведена класифікація розгойдування

вантажу, причому автори цих робіт відносне розгойдування вантажу відносять до динамічних похибок кранової системи. Задачі зниження розгойдування вантажу при повороті стріли крана проаналізовані також у роботах [6-8]. Врахування впливу випадкового вітрового навантаження на динамічні режими роботи стрілового вантажопідйомного крана, у т.ч. при екстремальних умовах експлуатації, виконане у роботі [1]. У дослідженні авторів [10] записана функція Лагранжа й проаналізоване рівняння руху вантажу на канаті крана, що обертається навколо вісі, у нелінійній постановці задачі. Водночас слід зазначити, що у дослідженнях [1-10] приділено недостатньо уваги аналізу динамічних режимів розгойдування вантажу у горизонтальній площині коливань із врахуванням впливу прискорення Коріоліса на відносну траєкторію вантажу на канаті, що зумовлює актуальність даного дослідження, яке продовжують роботи, розпочаті у [11].

Зазначимо, що однією з причин зменшення продуктивності ПТМ є саме розгойдування вантажу на гнучкому підвісі [1]. Для стрілових кранів найбільш характерними є розгойдування вантажу при повороті стріли крана. Крім дії відцентрової сили, яка виникає при повороті стріли, на вантаж також діє й сила інерції, завдяки якій кут відхилення канату від вертикалі найбільший при пуску й зупинці механізму повороту. Вантаж здійснює коливання, які представляють собою складний просторовий рух.

Для зменшення коливань можна збільшити тривалість перехідних процесів, однак це збільшить тривалість робочого циклу крана, що зменшує продуктивність його функціонування. Зараз застосовують керований електропривод, якому задають програму керування електродвигуном механізму повороту [12].

Для складання такої програми необхідно підібрати режим повороту крана, котрий враховував би вплив його конструктивних особливостей й забезпечував просте керування механізмом.

Для розв'язку подібних задач необхідно знати рівняння руху, котрі досить точно описують поведінку вантажу у реальній машині. Автори [13] обґрунтували вказану систему рівнянь руху вантажу на гнучкому підвісі при повороті карни.

Результати робіт [1-13] будуть використані у даному дослідженні.

**Мета роботи** полягає у обґрунтуванні методу розв'язку задач динаміки й кінематики системи «стріловий кран – гнучкий підвіс–вантаж» при її повороті, заснований на результатах робіт [11,13], який полягає у аналізі фазових портретів коливань, що виникають у об'єкті дослідження.

### Виклад основного змісту дослідження.

1. Аналіз коливань у площині розгойдування стріли крана.

Використовуючи метод функцій Лагранжа автори [1,13] отримали наступну систему рівнянь руху вантажу (позначена цитованих робіт збережені у даному дослідженні):

$$\begin{cases} \ddot{\theta} + \alpha \cdot \dot{\omega} \cdot \cos \theta \cdot \sin \phi - \alpha \cdot \dot{\omega} \cdot \cos \theta \cos \phi - (\omega + \dot{\phi})^2 \cdot \sin \theta \cos \theta + \\ + \beta \cdot \sin \theta = 0, \\ (\dot{\omega} + \ddot{\phi}) \cdot \sin \theta + 2(\omega + \dot{\phi}) \cdot \dot{\theta} \cdot \cos \theta + \alpha \cdot \dot{\omega} \cdot \cos \phi + \alpha \cdot \omega^2 \cdot \sin \phi = 0, \end{cases} \quad (1)$$

де  $\theta$  - кут відхилення канату від вертикалі,  $\phi$  - кут між проекцією підвісу на горизонтальну площину Oxy та віссю Ox,  $\omega(t)$  -

закон зміни у часі  $t$  кутової швидкості повороту стріли крана,  $\alpha = \frac{r_0}{l}$ ,

$\beta = \frac{g}{l}$ ,  $l$  - довжина підвісу,  $r_0$  - відстань від вісі повороту крана до точки підвісу,  $g$ - прискорення вільного падіння ( $g=9,81 \frac{m}{s^2}$ ).

З умов розгойдування вантажу:

$$\dot{\phi}(t) = \ddot{\phi}(t) = 0. \quad (2)$$

Система (1) спрощується, оскільки (2) накладають обмеження на рух вантажу, забороняючи коливання поза площиною розгойдування стріли. У цьому випадку матимемо рівняння руху вантажу [1] наступного виду:

$$\ddot{\theta} + (\alpha + \sin \theta) \cdot \cos \theta \cdot \omega^2 + \beta \cdot \sin \theta = 0. \quad (3)$$

Рівняння (3) розв'язувалось чисельно на ПЕОМ за наступних умов:

$$\theta(0) = \dot{\theta}(0) = 0, \quad (4)$$

для закону  $\omega(t)$  виду:

$$\omega(t) = \omega_0 \cdot \sin^2\left(\frac{\pi}{2 \cdot t_i} \cdot t\right), 0 < t < t_i, \quad (5)$$

де  $t_i = 5\text{c}$  – тривалість пуску механізму повороту,  $\omega_0 = 0,8 \text{ rad/c}$  – кутова частота повороту стріли крана. Затухання коливань  $\theta(t)$  було введене феноменологічним чином, тобто  $\square \gamma \cdot \dot{\theta}$ . Величини  $\alpha$  й  $\beta$  обирались спочатку так, як у [13] ( $\alpha=2$ ;  $\beta=2,6\text{c}^{-2}$ ), але потім для різних значень  $l$  змінювались  $\alpha$  й  $\beta$ . На рисунках, поданих нижче, наведені залежності  $\theta(t)$ ,  $\dot{\theta}(t)$ ,  $\ddot{\theta}(t)$  й фазові портрети руху ( класичний –  $(\theta, \dot{\theta})$  й вищих

порядків:  $(\theta, \dot{\theta})$ ,  $(\theta, \ddot{\theta})$ . Останні дозволяють встановлювати напрямок еволюції основних кінематичних параметрів руху системи  $(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta})$  у часі  $t$ , а також їх взаємний вплив (кореляцію). Замкненість траєкторій руху  $\theta(t)$  й графіків у площині  $(\theta, \dot{\theta})$ ,  $(\theta, \ddot{\theta})$  означає, що рух вантажу описується як періодичний (у період пуску системи). Затухання коливань  $\theta(t)$  вивчалось за значенням  $\gamma = (0,5) \text{ c}^{-1}$ .

Аналіз резонансів рівняння (3) показує, що при умові  $\theta \ll 1$  воно перетворюється у наступне:

$$\ddot{\theta} - \alpha \cdot \omega^2 + (\beta - \omega^2) \cdot \theta = 0. \quad (6)$$

Для ситуації, коли  $\theta = \text{const}$  з (6) отримаємо:

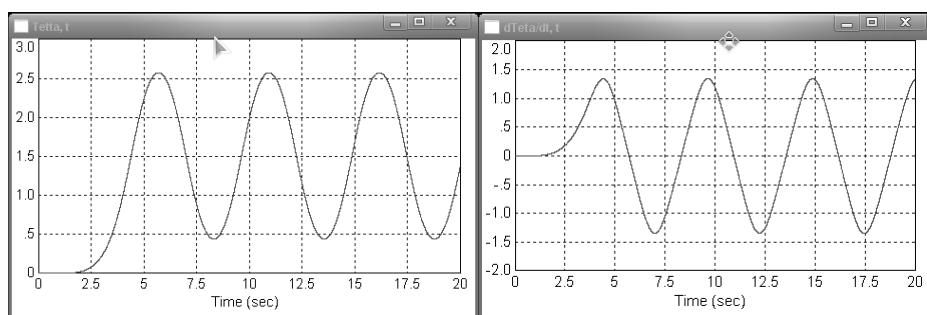
$$\theta = \frac{\alpha \cdot \omega^2}{\beta - \omega^2}, \quad (7)$$

тобто у момент часу, коли  $\beta \equiv \omega^2$  виникають резонансні розгойдування коливань вантажу на канаті відносно вертикаль й величина  $\theta$  зростає. Отже, у процесах пуску розглядуваної механічної системи слід уникати ситуацій, коли:

$$\beta \approx \omega^2 \quad (8)$$

1. Аналіз коливань вантажу за наявністю руху поза площиною розгойдування стріли крана. Подамо систему (1) у вигляді, зручному для чисельного аналізу на ПЕОМ:

$$\begin{cases} \ddot{\theta} = \alpha \cdot \dot{\phi} \cdot \cos \theta \cdot \sin \phi + \alpha \cdot \dot{\theta}^2 \cdot \cos \theta \cos \phi + \\ + (\omega + \dot{\phi})^2 \cdot \sin \theta \cos \theta - \beta \cdot \sin \theta, \\ \ddot{\phi} = -\dot{\omega} - 2(\omega + \dot{\phi}) \cdot \dot{\theta} \cdot \operatorname{ctg} \theta - \alpha \cdot \dot{\phi} \cdot \frac{\cos \phi}{\sin \theta} - 2\omega^2 \cdot \frac{\sin \phi}{\sin \theta}. \end{cases} \quad (9)$$



a)

б)

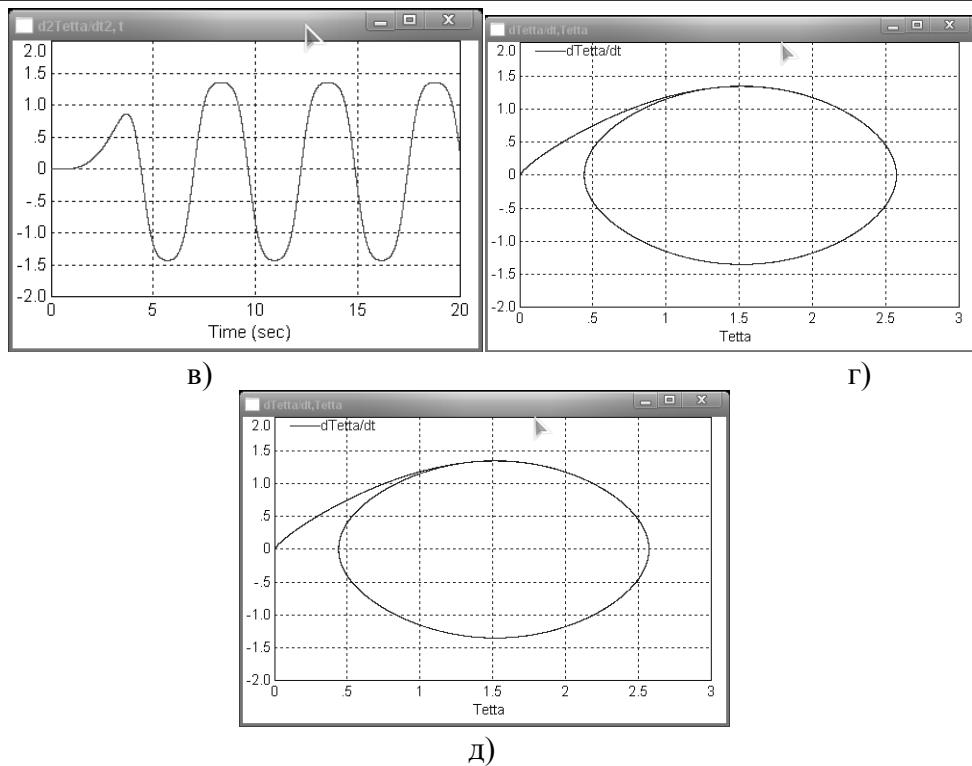


Рис.1. Графіки функцій переміщення (а), кутової швидкості (б), кутового прискорення (в), класичний фазовий портрет (г) та фазовий портрет вищого порядку(д) вантажу при  $\alpha=5$ ,  $\beta=2,6 \text{ c}^{-2}$ ,  $\omega_0=0.8 \text{ рад/с}$ ,  $t_n=5\text{с}$ ,  $l=3.77\text{м}$ ,  $r_0=18,85 \text{ м}$ .

Систему (9) будемо інтегрувати на ПЕОМ за наступних початкових умов:

$$\theta(0)=10^{-6}; \dot{\theta}(0)=0; \ddot{\theta}(0)=\dot{\theta}(0)=0. \quad (10)$$

Графіки подані нижче ілюструють рух системи, що описується рівняннями (а) й умовами (10).

Слід зазначити, що при чисельному розв'язку (а) прийняті наступні значення параметрів:

$$\alpha=2; \beta=2,6 \text{ c}^{-2}; \omega_0=0,8 \frac{\text{рад}}{\text{с}}; t_n=5\text{с}.$$

Функція має вид (5), а для  $\dot{\omega}(t)$  маємо:

$$\dot{\omega}(t)=\frac{\omega_0 \cdot \pi}{2t_n} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot t}{t_n}\right), \quad 0 < t < t_n; \quad \dot{\omega}(t)=0, \quad t \geq t_n. \quad (11)$$

3. Горизонтальні коливання вантажу на тросі при рівномірному повороті стріли крана ( $\omega_e=const$ ) з урахуванням впливу прискорення Каріоліса на відносну траєкторію руху вантажу.

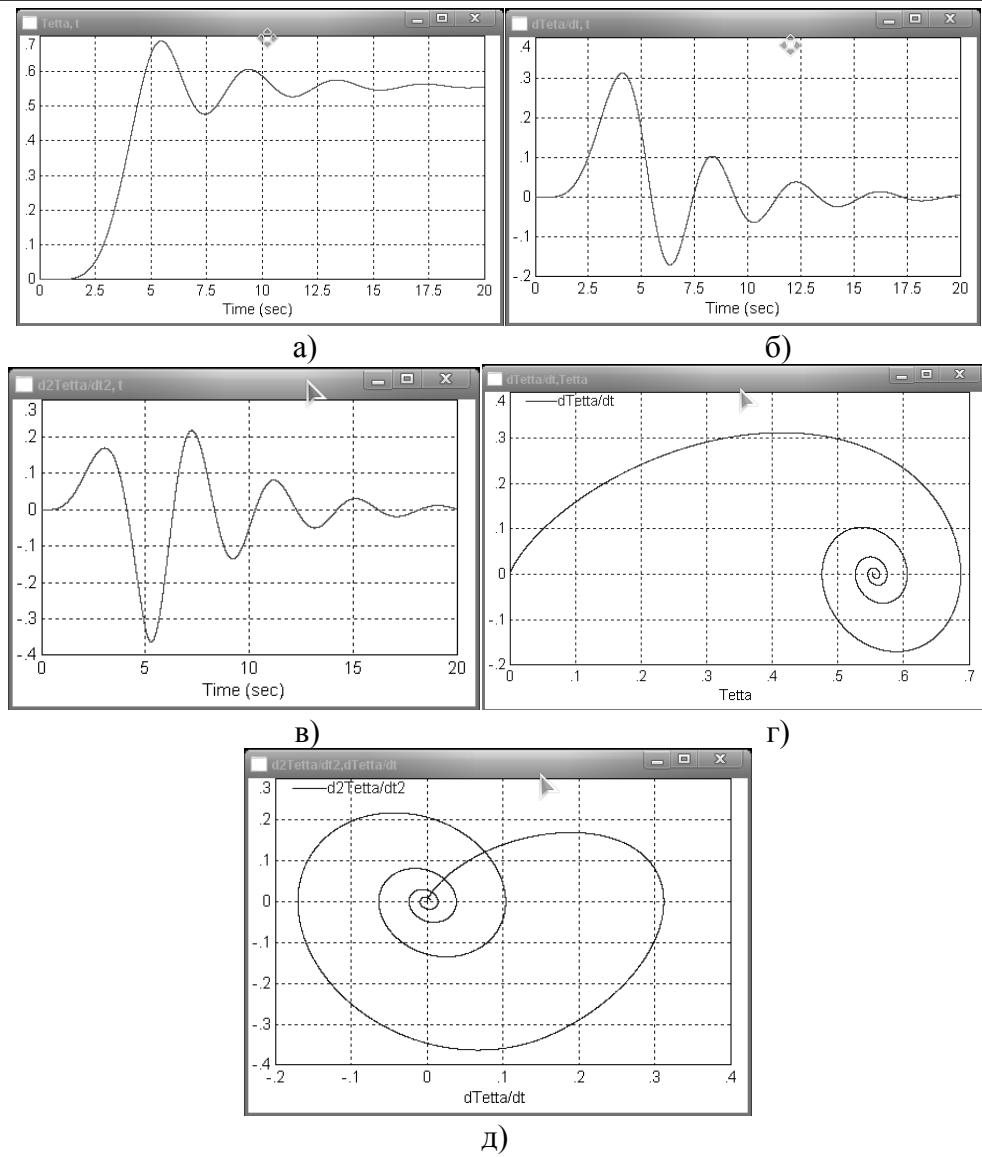


Рис.2. Графіки функцій переміщення (а), кутової швидкості (б), кутового прискорення (в), класичний фазовий портрет (г) та фазовий портрет вищого порядку (д) вантажу при  $\alpha=5$ ,  $\beta=2,6$  с<sup>-2</sup>,  $\omega_0=0,8$  рад/с,  $t_n=5$  с,  $l=3,77$  м,  $r_0=7,54$  м з урахуванням затухання  $\gamma=0,5$  с<sup>-1</sup>

Система диференціальних рівнянь відносного руху вантажу подана нижче. У цьому випадку система рівнянь, що описує рух вантажу на тросі наведена у [11].

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2\omega_e \dot{y} - \omega_e^2 x = -\frac{g}{l} x; \\ \ddot{y} + 2\omega_e \dot{x} - \omega_e^2 y = -\frac{g}{l} y, \end{cases} \quad (12)$$

де  $(x, y)$  – узагальнені координати вантажу,  $\omega_e$  – кутова швидкість обертання стріли крана навколо його вертикальної вісі ( $\omega_e = \text{const}$ ,  $R$  – радіус обертання стріли).

Систему (12) розв'язували за наступних початкових умов:

$$x(0) = 0, \dot{x}(0) = -\omega_e R; \quad y(0) = -\frac{\omega_e^2 R l}{g - \omega_e^2 l}, \dot{y}(0) = 0. \quad (13)$$

Для перевірки результатів лабораторних випробувань, проведених у [11], використовувались наступні чисельні значення вихідних параметрів:

$\omega_e = 0,209$  рад/с,  $R = 0,492$  м,  $l = 0,825$  м. Тоді для  $y(0)$  маємо  $y(0) = 0,0018$  м.

При умові:

$$\omega_e^2 l = g, \quad (14)$$

виникає резонанс та вплив початкових умов (зокрема, щодо  $y(0)$ ) стає суттєвим. Вздовж вісі  $Oy$  коливання вантажу на тросі суттєво збільшуються.

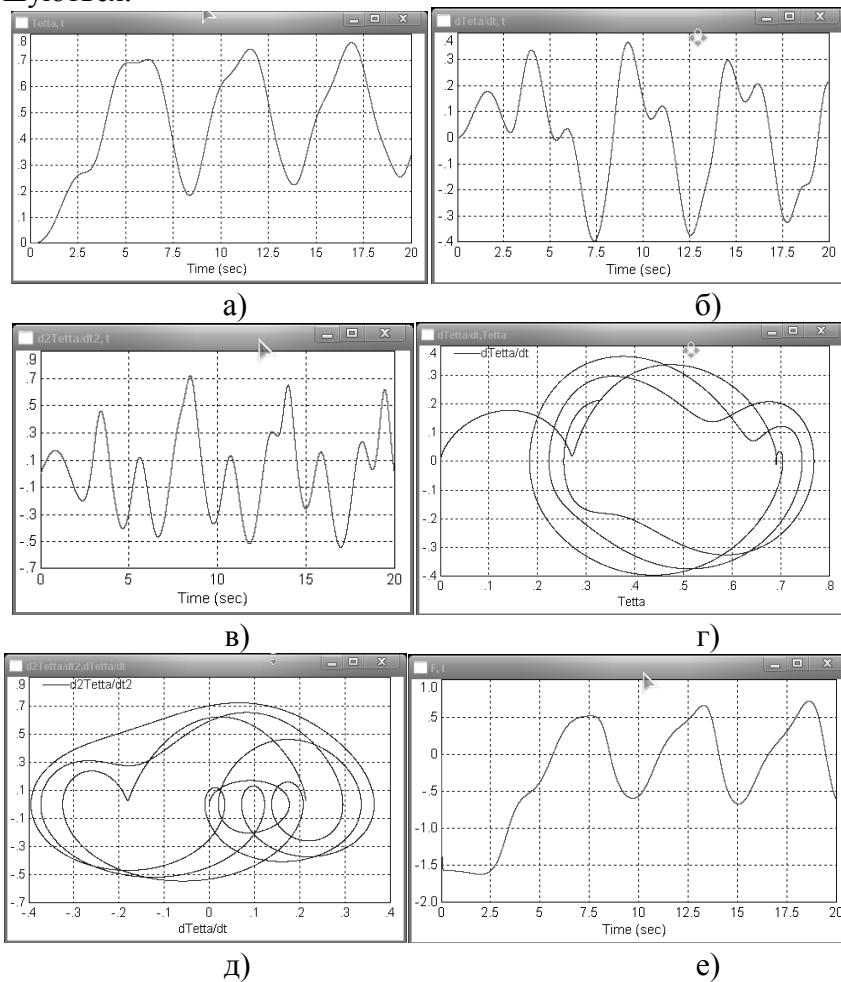


Рис.3. Графіки функцій переміщення (а), кутової швидкості (б). кутового прискорення (в), класичний фазовий портрет (г) та фазовий портрет вищого порядку(д) вантажу при  $\alpha= 5$ ,  $\beta=2,6$  с-2,  $\omega_0=0.8$  рад/с,  $t_n=5$  с,  $l=3.77$  м,  $r_0=7,54$  м, F – кут відхилення маятника від вертикалі в площині повороту (е),  
«Tetta» - кут повороту маятника з вантажем навколо вертикальної осі.

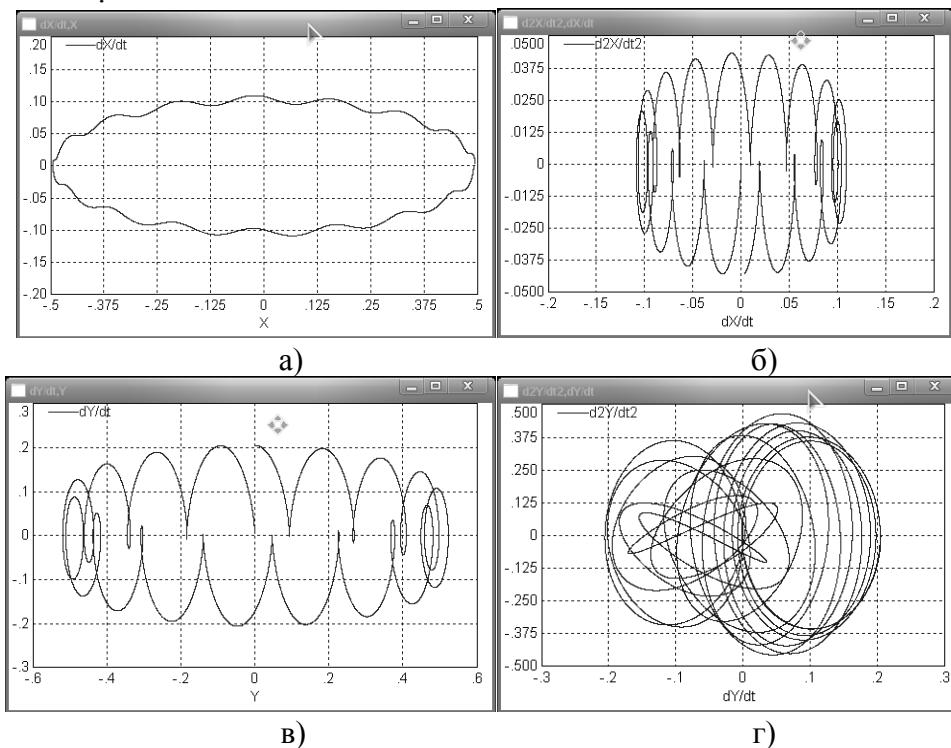
У нерухомій інерціальній системі координат  $(x_2, y_2, z_2)$  система (12) набуває виду:

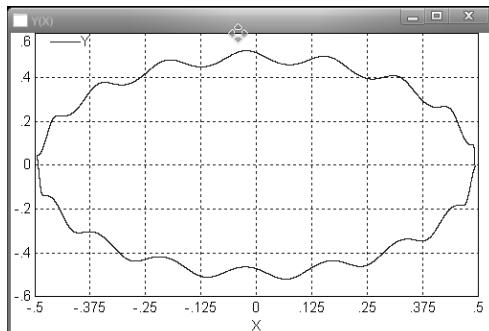
$$\begin{aligned} y_{dyn} &= y(0); \\ \begin{cases} \ddot{x}_2 = \dot{y}(-\omega_e \sin(\omega_e t) + (R + y + y_{dyn})(-\omega_e^2) \cos(\omega_e t) + \ddot{y} \cos(\omega_e t) - \dot{y} \omega_e \sin(\omega_e t) + \\ + \ddot{x} \sin(\omega_e t) + 2\dot{x} \omega_e \cos(\omega_e t) - x \omega_e^2 \sin(\omega_e t); \\ \ddot{y} = \dot{y} \omega_e \cos(\omega_e t) + (R + y + y_{dyn})(-\omega_e^2) \sin(\omega_e t) + \ddot{y} \sin(\omega_e t) + \dot{y} \omega_e \cos(\omega_e t) - \\ - \ddot{x} \cos(\omega_e t) + 2\dot{x} \omega_e \sin(\omega_e t) + x \omega_e^2 \cos(\omega_e t). \end{cases} \end{aligned} \quad (15)$$

Рівняння траєкторії руху вантажу на тросях у нерухомій системі координат  $(x_2, y_2)$  знаходимо з системи:

$$\begin{cases} x_2 = (R + y + y_{dyn}) \cos(\omega_e t) + x \sin(\omega_e t); \\ y_2 = (R + y + y_{dyn}) \sin(\omega_e t) - x \cos(\omega_e t), \end{cases} \quad (16)$$

звідки встановлюємо закон  $y_2(x_2)$ , виключаючи параметр  $t$ ,  $0 < t < T$ .





д)

Рис.4. Графіки фазових портретів коливань системи:  $(x_2, \dot{x}_2)$  –(а),  $(\dot{x}_2, \ddot{x}_2)$  –(б),  $(y_2, \dot{y}_2)$  – (в),  $(\dot{y}_2, \ddot{y}_2)$  – (г) та траєкторії руху  $y_2(x_2)$  - (д)

4. Аналіз горизонтальних коливань вантажу на тросі при нерівномірному повороті стріли крана  $(\omega_e(t))$  з урахуванням впливу прискорення Каріоліса на відносну траєкторію руху вантажу.

У випадку залежності  $\omega_e(t)(5)$  система диференціальних рівнянь відносного руху вантажу приймає вид:

$$\begin{cases} \ddot{x} - \dot{\omega}_e(R + y) - 2\omega_e \dot{y} - \omega_e^2 x = -\frac{g}{l} x; \\ \ddot{y} + \dot{\omega}_e x + 2\omega_e \dot{x} - \omega_e^2(R + y) = -\frac{g}{l} y, \end{cases} \quad (17)$$

а початкові умови задаються наступним чином:

$$x(0) = \dot{x}(0) = 0, \quad y(0) = \dot{y}(0) = 0. \quad (18)$$

Абсолютні координати вантажу на тросі (у нерухомій системі координат) визначаються співвідношенням:

$$\begin{cases} x_2(t) = (R + y) \cdot \cos[\omega_e(t) \cdot t] + x \cdot \sin[\omega_e(t) \cdot t]; \\ y_2(t) = (R + y) \cdot \sin[\omega_e(t) \cdot t] - x \cdot \cos[\omega_e(t) \cdot t]. \end{cases} \quad (19)$$

При цьому  $\dot{\omega}_e(t)$  визначається співвідношенням (11), а траєкторію руху  $y_2(t)$  вантажу на тросі у нерухомій системі координат можна знайти з (19), виключаючи  $t$  як параметр.

Нижче приведені графіки, які описують рух вантажу на тросі при повороті крана з  $\omega_e(t)$ .

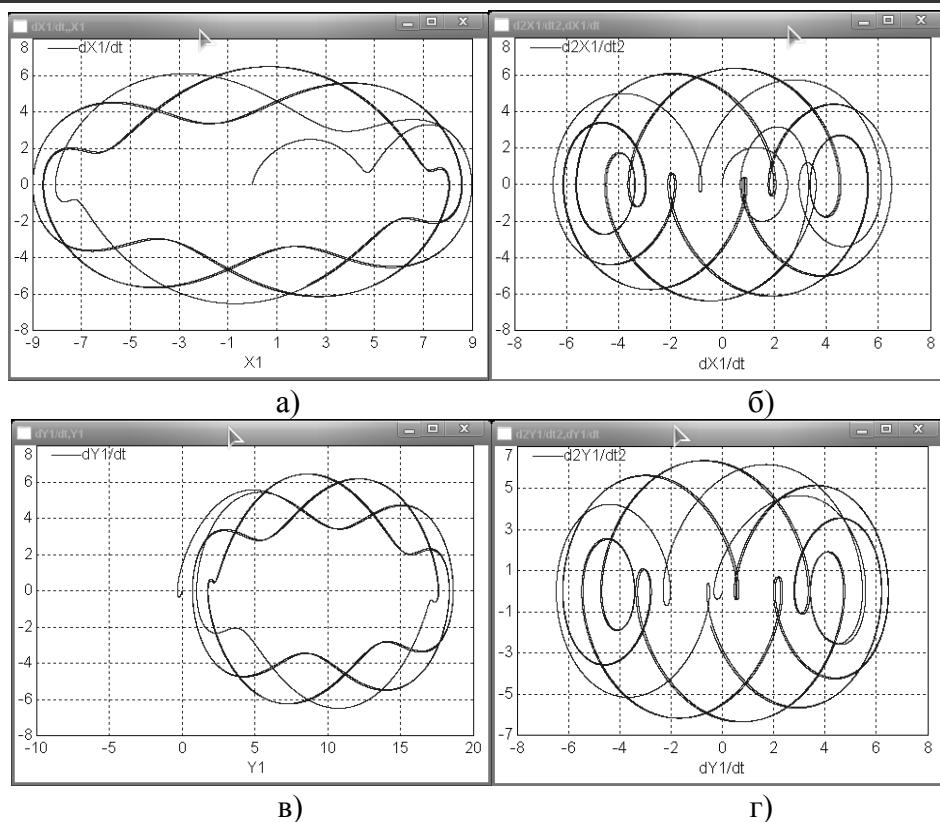


Рис.5. Графіки фазових портретів коливань системи:  $(x_2, \dot{x}_2)$ - (а),  $(\dot{x}_2, \ddot{x}_2)$  – (б),  $(y_2, \dot{y}_2)$  – (в),  $(\dot{y}_2, \ddot{y}_2)$  – (г)

### ВИСНОВКИ

1. Використання рівнянь Лагранжа II роду й динамічної теореми Коріоліса дозволило отримати диференціальні рівняння відносного руху вантажу на тросі, який закріплений на стрілі вантажопідйомного крана, що здійснює рівномірне й нерівномірне  $\omega_e(t)$  обертання відносно нерухомої вертикальної вісі.

2. Дослідженій вплив на рух вантажу сил інерції від переносного та Коріолісового прискорення. Встановлені ситуації, за яких виникають резонансні коливання у площині розгойдування стріли крана.

3. Вивчені особливості коливань вантажу за умов виникнення його руху у площині, перпендикулярній до площини коливань стріли крана.

4. Встановлені формули, які зв'язують відносний та абсолютний рухи вантажу на тросі у перехідних режимах функціонування крана.

5. Розроблена математична модель стрілової системи з двома (трьома) степенями вільності руху досліджена чисельними методами на ПЕОМ. Побудовані фазові портрети (класичні) та вищих порядків,

які описують особливості руху динамічної системи, кореляцію кінематичних характеристик такого руху, а також дозволяють оцінити їх еволюцію у часі, умови виникнення резонансів і переходів до нових стійких режимів руху вантажу.

6. Результати даного дослідження можуть бути у подальшому використанні для розробки процесів оптимального керування механізмом повороту вантажопідйомних кранів як на стадіях проектування/конструювання, так і у режимах реальної експлуатації.

## ЛІТЕРАТУРА

1.Кузьмин А.Н.Исследование колебаний груза на гибком подвесе при повороте крана /А.Н.Кузьмин, В.В. Суслобов, В.И.Федун// Захист металургійних машин від колоток: Зб. наук праць.-Маріуполь; ПДТУ, 2011.- Вит.13- С.141-147.

2. Макаревич Е.В. Разработка оптимального управления движениями башенного крана /Е.В. Макаревич, В.Н.Шамардина, Ф.Палис, С.Палис// Електротехнічні та комп'ютерні системи науково-технічний журнал- Одеса: ОНПУ, 2011.-№ 3.- С.170-171.

3. Герасимяк Р.П. Особливості керування електроприводом механізму вильоту стріли під час обертання крана з підвищеним вантажем. /Р.П.Герасимяк, О.В. Найденко// Електротехнічні та комп'ютерні системи: науково-технічний журнал.-Одеса: ОНПУ, 2007.- Вип.68.-С.11-15.

4.Зарецкий А.А. Управление и защита грузоподъемного крана с гашением раскачивания груза. Часть I/А.А.Зарецкий, Л.С.Каминский, Д.М.Маш, И.А.Пятницкий, И.Г. Федоров//Журнал, Все краны»-Санкт-Петербург:ООО» Издательский дом» Кран-Сервис». -2007.-№16/16 (декабрь)-С.10-13.

5.Зарецкий А.А. Управление и защита грузоподъемного крана с гашением раскачивания груза.Часть II. (А.А.Зарецкий, Л.С. Каминский, Д.М.Маш, И.А.Пятницкий, И.Г.Федоров// Журнал» Все краны».-Санкт-Петербург: ООО»Издательский дом» Кран-Сервис.»- 2008.-№01/17(январь-февраль). – С.8-12.

6.Дремов В.И. К вопросу о создании энергоэффективных отечественных мощных грузоподъемных средств для условий природно-техногенных катаклизмов/В.И.Дремов, В.Г.Ивахник, А.В.Ляхамский//горный информационно-аналитический бюллетень.- М.: МГТУ, 2005.-№6.-С.274-278.

7. Корытов М.С. О перемещении груза автокраном вдоль заданной траектории при ограничении количества одновременно управляемых координат./М.С.Корытов // Вестник Самарского

государственного технического университета Серия: Технические науки.- Самара: Сам ГТУ, 2009.-№2(24).-С.105-112.

8.Голдобина Л.А. Теоретическое обоснование снижения раскачивания груза на канате строительного крана./Л.А.Голдобина, А.В.Власов, А.Л.Бочков//Технико-технологические проблемы сервиса.- Санкт-Петербург:СПбГУСЭ, 2011.-Т.2.-№16.-С.52-60.

9. Подобед В.А.Теоретические исследования основных показателей работы порталного крана «Альбрехт» при динамическом воздействии ветра /В.А.Подобед//Вестник мурманского государственного технического университета.-Мурманск: МГТУ, 2006.-Т.9.-№3.-С.522-530.

10. Ловейкін В.С. Нелінійні маятникові коливання вантажу на гнуцькому підвісі при різних режимах обертання. /В.С.Ловейкін, А.А. Бойко, Ю.В.Човнюк // Вісник ТНТУ (машинобудування, автоматизація виробництва та процеси механічної обробки).-2010.-т.15.-№3-С.41-48.

11.Періг О.В. горизонтальні коливання вантажу на тросі при рівномірному повороті стріли крана./ О.В. періг, О.М. Стадник, О.І.Дершлазов// механіка та машинобудування.-2012.-№1.-С.33-40.

12.Смехов А.А. Оптимальное управление подъемно-транспортными машинами./А.А.Смехов, Н.И.Ерофеев.-М.: Машиностроение, 1975.-239 с.

13.Кузьмин А.Н.Уравнения движения груза на гибком подвесе при повороте крана./А.Н.Кузьмин, В.В.Суглобов,В.И.Федун, В.И.Тютюнников// Захист металургійних машин від поломок.-Маріуполь: ПДТУ, 2012.-Вит.14.-С.168-173.